

封闭差动齿轮系统振动传递路径 贡献度分析

李苗苗, 刘钦文, 杨 杰, 陈蔚芳, 朱如鹏
(南京航空航天大学 机电学院 直升机传动技术国家重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 针对封闭差动齿轮系统在减振降噪方面的需求,提出了一种从传动系统运动分析的角度出发确定其振动传递路径并分析各路径贡献度的研究方法。以齿轮啮合时产生的时变啮合刚度和误差等效位移作为内部激励,分析封闭差动齿轮系统的振动传递路径,基于功率流法分析各振动传递路径的贡献度。研究结果表明:振动接受结构输出轴、差动级太阳轮和封闭级行星轮在最大共振频率下对应的最大共振幅值分别为 14 010、3 314 (m/s²)/Hz 和 95 180 (m/s²)/Hz;包含封闭级内齿圈和输出轴的路径 4 在差动级外啮合激励、差动级内啮合激励、封闭级外啮合激励和封闭级内啮合激励对应的振动传递路径贡献度百分比分别为 77.7%、77.5%、78.6%和 69.9%,封闭级内齿圈和输出轴在封闭差动齿轮系统振动传递中起主要作用。

关 键 词: 贡献度; 封闭差动齿轮系统; 传递路径分析; 功率流; 振动响应

中图分类号: V232.8; TH132.425; TB533 **文献标志码:** A

Contribution analysis of vibration transfer paths in encased differential planetary train

LI Miaomiao, LIU Qinwen, YANG Jie, CHEN Weifang, ZHU Rupeng
(National Key Laboratory of Science and Technology on Helicopter Transmission,
College of Mechanical and Electrical Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: In response to the requirements of the encased differential planetary train in terms of vibration reduction and noise reduction, a method for contribution analysis of vibration transfer paths was proposed. Taking the time-varying meshing stiffness and error equivalent displacement generated during gear meshing as internal excitation, the vibration transfer path of the encased differential planetary train was analyzed, and the contribution of each vibration transfer path was discussed based on the power flow method. Results showed that, the vibration receiving structure including the output shaft, the differential stage sun gear and the encased stage star gear at the maximum resonance frequency corresponded to the maximum common amplitude values of 14 010, 3 314, 95 180 (m/s²)/Hz, respectively. According to the conclusion, the path 4 including the encased stage ring gear and the output shaft had a vibration transfer path contribution percentage of 77.7%, 77.5%, 78.6% and 69.9%, respectively, under the differential stage external meshing excitation, differential stage internal meshing excitation, encased stage external meshing excitation and encased

收稿日期:2020-01-08
基金项目:国家重点研发计划(2018YFB2001500)
作者简介:李苗苗(1981—),女,讲师、硕士生导师,博士,主要研究方向为机械传动。
引用格式:李苗苗,刘钦文,杨杰,等.封闭差动齿轮系统振动传递路径贡献度分析[J].航空动力学报,2020,35(8):1676-1686. LI Miaomiao, LIU Qinwen, YANG Jie, et al. Contribution analysis of vibration transfer paths in encased differential planetary train[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(8): 1676-1686.

stage internal meshing excitation. The encased stage ring gear and output shaft play a major role in the vibration transmission of the encased differential planetary train.

Key words: contribution; encased differential planetary train; transfer path analysis; power flow; vibration response

封闭差动齿轮系统具有结构紧凑、质量轻、传输功率高、负载能力强等优点,被广泛应用在航空发动机主减速器以及舰船减速器等领域。减速器工作时会产生各种振动和噪声,而这些振动和噪声的重要来源之一是齿轮传动系统^[1-3]。齿轮传动系统的内部激励产生于齿轮啮合处,并通过齿轮、轴、轴承传递到箱体上^[4-7],大的振动和噪声导致系统的破坏和故障^[8-10]。在齿轮系统中,扭转振动是最主要的振动形式,由于齿轮系统啮合振动能量几乎全部传递给了齿轮箱^[4],因此降低传递到齿轮系统振动接受结构的扭转振动能量即可降低传递到齿轮箱体的振动能量。准确地辨识齿轮传动系统的传递路径并获得不同传递路径的振动贡献度,可以使设计人员能够准确地找出关键传递路径,进而修改结构参数以满足系统对振动和噪声的要求,也可以为箱体的隔振布置提供参考^[11-14]。因此,研究封闭差动齿轮系统的振动传递路径贡献度对于航空发动机减速器以及舰船减速器的减振降噪具有重要意义。

功率流法不仅同时在传递路径分析中将广义力和广义速度作为研究变量,而且将传统的传递路径分析中困难的矢量运算转换为功率流法中相对容易的变量加减,因此这种方法正逐渐受到传递路径研究人员的重视^[15]。

国内外学者开展了基于功率流法的传递路径研究。Goyder 等^[16]首次将功率流理论引入到复杂系统的振动控制中,提出一种功率流表达式,该表达式研究了以隔振结构为传递路径、无限基础结构为振动接受结构的系统的功率流。Pinnington 等^[17]在 Goyder 的研究基础上将系统的功率流表达式从无限基础结构作为振动接受结构延伸到了以有限基础结构作为振动接受结构。Kim 等^[18]推导出计算燃料电池离心风机到底盘振动功率流的简单公式,确定了振动传递路径。张秀芳等^[19]通过导纳功率流法获得了以滚动轴承为传递路径、箱体为振动接受结构的系统的振动特性。Yang 等^[20]采用有限元功率流法进行了动力室的功率传递计算。但是,对行星齿轮传动系统这种多激励、传递路径不断混叠的振动系统进行传递路径贡献度分析的研究很少。

本文以封闭差动齿轮系统为研究对象,对其进行振动传递路径分析,研究内部激励的产生机理,分析传动系统与箱体之间的转子、定子耦合关系并确定振动接受结构,建立振动传递路径的动力学模型。采用 Matlab 对模型进行求解得到振动接受结构的时/频域响应,在此基础上开展传递路径贡献度分析,找出主要传递路径和起主要作用的部件。

1 封闭差动齿轮系统振动传递路径分析

封闭差动齿轮系统由差动级(I级)和封闭级(II级)组成,输入扭矩 T_d 通过差动级太阳轮 Z_{s1} 输入齿轮系统,然后被分流到行星架 H 和内齿圈 Z_{r1} ,接着通过差动级内齿圈 Z_{r1} 传递到封闭级,最后由差动级行星架 H 和封闭级内齿圈 Z_{r2} 汇流到输出轴 L 上。其传动系统简图如图 1 所示。

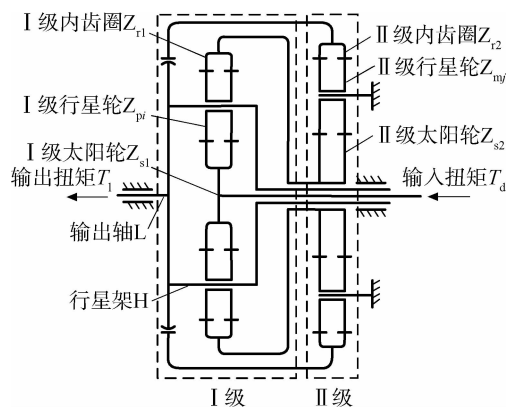


图 1 封闭差动齿轮系统简图

Fig. 1 Schematic diagram of encased differential planetary train

通过封闭差动齿轮传动系统的运动分析,确定系统激励为内部激励,包含时变刚度激励以及误差等效位移激励。从图 1 中可以看出,内部激励主要为差动级太阳轮与行星轮齿轮副、差动级行星轮与内齿轮齿轮副、封闭级太阳轮与行星轮齿轮副、封闭级行星轮与内齿轮齿轮副的时变刚度激励以及误差等效位移激励。这些激励经过相对应的传递路径将振动信号传递到输出轴、I 级太阳轮、5 个 II 级行星轮处。根据行星齿轮系与

减速器箱体的耦合关系,输出轴的振动能量传递到减速器箱体的输出轴轴承处,Ⅰ级太阳轮的振动能量传递到减速器箱体的输入轴轴承处,5个Ⅱ级行星轮的振动能量叠加后传递到减速器箱体的行星轮架处。因此封闭差动齿轮系统的振动接受结构为输出轴、Ⅰ级太阳轮和Ⅱ级行星轮。根据封闭差动齿轮系统结构,从内部激励源到振动接受结构的传递路径如图 2~图 5 所示。

如图 2 所示,差动级外啮合激励振动传递路径的激励源为差动级太阳轮与行星轮齿轮副的时变刚度激励以及误差等效位移激励,经不同的传递路径分别传至各振动接受结构。根据运动分析,确定具体的传递路径如下。

路径 1:激励→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级行星架→输出轴。

路径 2:激励→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级内齿圈→Ⅱ级太阳轮→Ⅱ级行星轮。

路径 3:激励→Ⅰ级太阳轮。

路径 4:激励→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级内齿圈→Ⅱ级太阳轮→Ⅱ级行星轮→Ⅱ级内齿圈→输出轴。

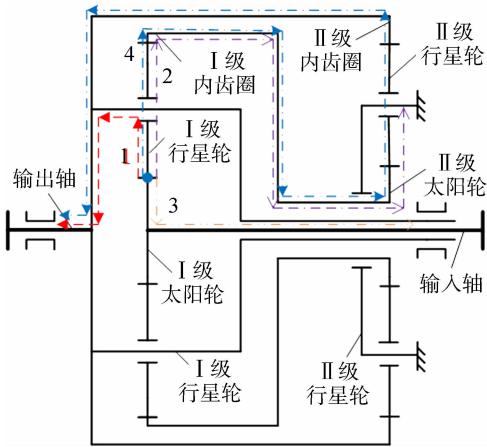


图 2 差动级外啮合激励振动传递路径
Fig. 2 Transfer paths generated by differential stage external meshing excitation

如图 3 所示,差动级内啮合激励振动传递路径的激励源为差动级行星轮与内齿轮齿轮副的时变刚度激励以及误差等效位移激励,经不同的传递路径分别传至各振动接受结构。根据运动分析,确定具体的传递路径如下。

路径 1:激励→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级行星架→输出轴。

路径 2:激励→Ⅰ级内齿圈→Ⅱ级太阳轮→Ⅱ级行星轮。

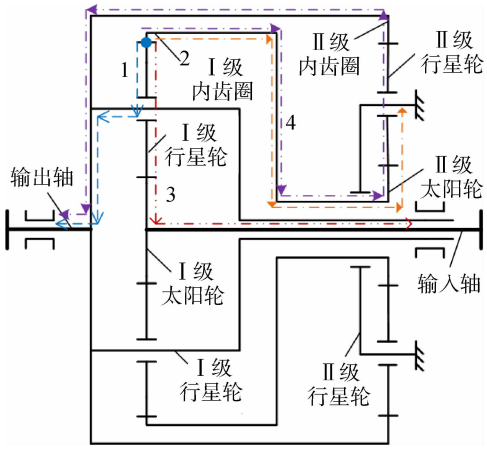


图 3 差动级内啮合激励振动传递路径
Fig. 3 Transfer paths generated by differential stage internal meshing excitation

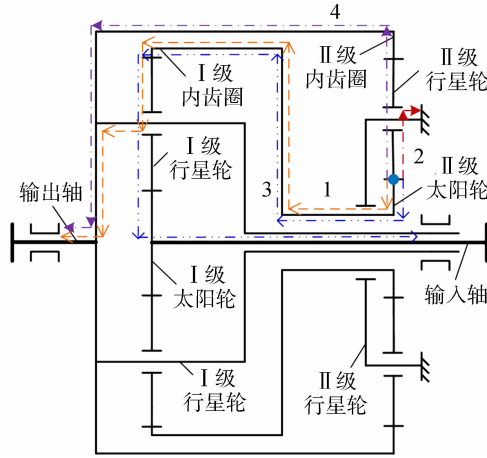


图 4 封闭级外啮合激励振动传递路径
Fig. 4 Transfer paths generated by encased stage external meshing excitation

路径 3:激励→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级太阳轮。

路径 4:激励→Ⅰ级内齿圈→Ⅱ级太阳轮→Ⅱ级行星轮→Ⅱ级内齿圈→输出轴。

如图 4 所示,封闭级外啮合激励振动传递路径的激励源为封闭级行星轮与内齿轮齿轮副的时变刚度激励以及误差等效位移激励,经不同的传递路径分别传至各振动接受结构。根据运动分析,确定具体的传递路径如下。

路径 1:激励→Ⅱ级太阳轮→Ⅰ级内齿圈→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级行星架→输出轴。

路径 2:激励→Ⅱ级行星轮。

路径 3:激励→Ⅱ级太阳轮→Ⅰ级内齿圈→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级太阳轮。

路径 4:激励→Ⅱ级行星轮→Ⅱ级内齿圈→输出轴。

如图 5 所示,封闭级内啮合激励振动传递路径的激励源为封闭级太阳轮与行星轮齿轮副的时变刚度激励以及误差等效位移激励,经不同的传递路径分别传至各振动接受结构。根据运动分析,确定具体的传递路径如下。

路径 1:激励→Ⅱ级行星轮→Ⅱ级太阳轮→Ⅰ级内齿圈→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级行星架→输出轴。

路径 2:激励→Ⅱ级行星轮。

路径 3:激励→Ⅱ级行星轮→Ⅱ级太阳轮→Ⅰ级内齿圈→Ⅰ级行星轮→Ⅰ级太阳轮。

路径 4:激励→Ⅱ级内齿圈→输出轴。

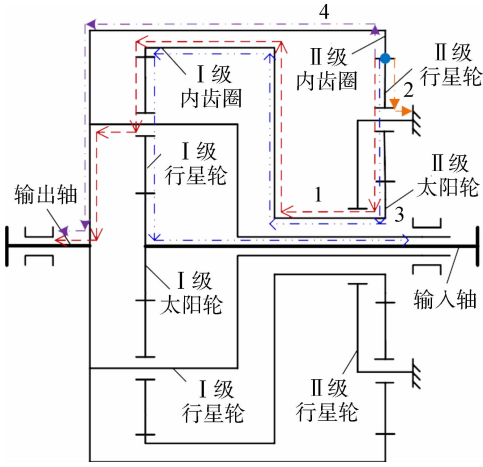


图 5 封闭级内啮合激励振动传递路径

Fig. 5 Transfer paths generated by encased stage internal meshing excitation

2 封闭差动齿轮系统振动传递路径动力学模型

2.1 内部振源分析

1) 时变刚度激励

由于本文研究的封闭差动齿轮系统使用的是人字齿轮,它由两个螺旋角大小相等、方向相反的斜齿轮并联而成。理想状态下人字齿轮不受轴向力作用,可将人字齿轮视为直齿圆柱齿轮,仅受径向力和圆周力的作用,因此人字齿轮的啮合刚度为等效圆周刚度。

人字齿轮的时变啮合刚度可按两个斜齿轮时变啮合刚度并联方式计算,人字齿时变啮合刚度 $K(t)$ 公式为^[21]

$$K(t) = 2K_m l(\tau) \quad (1)$$

式中 K_m 为单个斜齿轮啮合刚度的平均值, $l(\tau)$ 为人字齿啮合时的接触线长度; $\tau = t/T_m$, T_m 为

啮合周期。 K_m 公式为

$$K_m = 2bC_\beta \quad (2)$$

式中 b 为斜齿轮的齿宽; C_β 为单位齿宽下斜齿轮刚度; C_β 公式为

$$C_\beta = \frac{(0.75\epsilon_\lambda + 0.25)}{\lambda} \quad (3)$$

式中 ϵ_λ 为重合度; λ 为单位齿宽下斜齿轮柔度。

人字齿啮合时的接触线长度 $l(\tau)$ 公式为

$$l(\tau) = \left\{ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cos(2\pi k\tau - \Phi) + B_k \sin(2\pi k\tau - \Phi)] \right\} l_m \quad (4)$$

其中

$$\begin{cases} A_k = \frac{1}{2\epsilon_a\epsilon_\beta\pi^2k^2} \{ \cos(2\pi k\epsilon_\beta) + \cos(2\pi k\epsilon_a) - \cos[2\pi k(\epsilon_a + \epsilon_\beta)] - 1 \} \\ B_k = \frac{1}{2\epsilon_a\epsilon_\beta\pi^2k^2} \{ \sin(2\pi k\epsilon_\beta) + \sin(2\pi k\epsilon_a) - \sin[2\pi k(\epsilon_a + \epsilon_\beta)] \} \\ l_m = \frac{2b\epsilon_a}{\cos\beta_b} \end{cases} \quad (5)$$

式中 Φ 是相位差, ϵ_a 是端面重合度, ϵ_β 是轴面重合度, β_b 是基圆螺旋角。

2) 误差激励

误差激励是由于齿轮和轮齿的加工和安装的误差,使得齿轮啮合过程中啮合齿廓将偏离理论位置产生的位移激励。轮齿啮合偏差表达式为

$$e(t) = e_o + e_r \sin(\pi t/T_m + \theta) \quad (6)$$

式中 $e(t)$ 为轮齿啮合偏差, e_o 、 e_r 为误差平均值与交变值, θ 为相位角。

3) 齿轮副弹性啮合力及啮合阻尼力

齿轮副在转动时的啮合力作用在啮合线上,啮合力的大小由啮合线方向上的相对位移决定。啮合线方向上的相对位移由各齿轮扭转位移和各个齿轮误差的等效位移组成。差动级太阳轮 Z_{s1} 与行星轮 Z_{pi} 、差动级行星轮 Z_{pi} 与内齿圈 Z_{r1} 、封闭级太阳轮 Z_{s2} 与行星轮 Z_{mj} 、封闭级行星轮 Z_{mj} 与内齿圈 Z_{r2} 间的弹性啮合力 $P_{spi}(t)$ 、 $P_{rpi}(t)$ 、 $P_{smj}(t)$ 、 $P_{rmj}(t)$ 表示为

$$\begin{cases} P_{spi}(t) = K_{spi}(t)[x_{s1} - x_{pi} - e_{spi}(t)] \\ P_{rpi}(t) = K_{rpi}(t)[x_{pi} - x_{r1} - e_{rpi}(t)] \\ P_{smj}(t) = K_{smj}(t)[x_{s2} - x_{mj} - e_{smj}(t)] \\ P_{rmj}(t) = K_{rmj}(t)[x_{mj} - x_{r2} - e_{rmj}(t)] \end{cases} \quad (7)$$

式中 $K_{spi}(t)$ 、 $K_{rpi}(t)$ 、 $K_{smj}(t)$ 、 $K_{rmj}(t)$ 为时变啮合刚度; $e_{spi}(t)$ 、 $e_{rpi}(t)$ 、 $e_{smj}(t)$ 、 $e_{rmj}(t)$ 误差等效位移。

差动级太阳轮 Z_{s1} 与行星轮 Z_{pi} 、差动级行星轮 Z_{pi} 与内齿轮 Z_{r1} 、封闭级太阳轮 Z_{s2} 与行星轮 Z_{mj} 、封闭级行星轮 Z_{mj} 与内齿轮 Z_{r2} 间的啮合阻尼力 $D_{spi}(t)$ 、 $D_{rpi}(t)$ 、 $D_{smj}(t)$ 、 $D_{rmj}(t)$ 表示为

$$\begin{cases} D_{\text{spi}}(t) = C_{\text{sp}}[\dot{x}_{s1} - \dot{x}_{pi} - \dot{e}_{\text{spi}}(t)] \\ D_{\text{rpi}}(t) = C_{\text{rp}}[\dot{x}_{pi} - \dot{x}_{r1} - \dot{e}_{\text{rpi}}(t)] \\ D_{\text{smj}}(t) = C_{\text{sm}}[\dot{x}_{s2} - \dot{x}_{mj} - \dot{e}_{\text{smj}}(t)] \\ D_{\text{rmj}}(t) = C_{\text{rm}}[\dot{x}_{mj} - \dot{x}_{r2} - \dot{e}_{\text{rmj}}(t)] \end{cases} \quad (8)$$

式中 C_{sp} 、 C_{rp} 、 C_{sm} 、 C_{rm} 为齿轮副阻尼系数。

2.2 封闭差动齿轮系统振动传递路径动力学建模

根据前面的分析,齿轮系统的内部激励形式为扭转振动,建立只考虑扭转方向的传递路径动力学模型可以更直接地体现振动能量在路径中的传递,因此假设箱体上轴承刚度足够大,简化振动传递路径模型,建立封闭差动齿轮系统的纯扭动力学模型。封闭差动齿轮系统共有 18 个自由度,其广义坐标对应如表 1 所示。

表 1 封闭差动齿轮系统广义坐标与自由度对应关系

Table 1 Correspondence between generalized coordinates and degrees of freedom of encased differential planetary train

广义坐标	自由度
x_{s1}	差动级太阳轮 Z_{s1} 沿基圆半径的扭转线位移
x_{pi}	差动级行星轮 $Z_{pi} (i=1,2,3)$ 沿基圆半径的 扭转线位移
x_{r1}	差动级内齿轮 Z_{r1} 沿基圆半径的扭转线位移
x_{g1}	差动级中间浮动构件 Z_{g1} 沿分度圆半径的 扭转线位移
x_{f1}	差动级浮动齿圈 Z_{f1} 沿分度圆半径的 扭转线位移
x_{s2}	封闭级太阳轮 Z_{s2} 沿基圆半径的扭转线位移
x_{mj}	封闭级行星轮 $Z_{mj} (j=1,2,\dots,5)$ 沿基圆 半径的扭转线位移
x_{r2}	封闭级内齿轮 Z_{r2} 沿基圆半径的扭转线位移
x_{g2}	封闭级中间浮动构件 Z_{g2} 沿分度圆半径的 扭转线位移
x_{f2}	封闭级浮动齿圈 Z_{f2} 沿分度圆半径的 扭转线位移
x_h	行星架 H 在其半径的扭转线位移
x_l	输出轴 L 与浮动齿圈 Z_{f2} 接触处 r_l 的线位移

封闭差动齿轮系统传递路径动力学模型如图 6 和图 7 所示。其中 K_h 表示 H 的等效切向刚度; K_{g1q} 、 K_{f1q} 、 K_{g2q} 和 K_{f2q} 分别表示 Z_{r1} 与 Z_{g1} 、 Z_{g1} 与 Z_{f1} 、 Z_{r2} 与 Z_{g2} 和 Z_{g2} 与 Z_{f2} 的切向刚度; K_{f1s2} 、 K_{h1} 、 K_{f21} 分别表示 Z_{f1} 与 Z_{s2} 、H 与 L、 Z_{f2} 与 L 的扭转刚度。

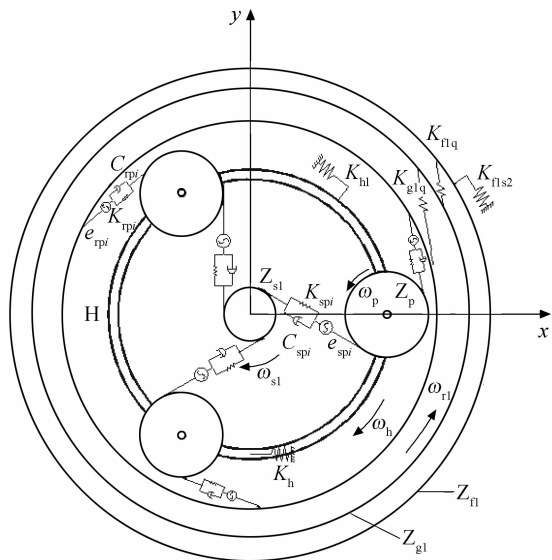


图 6 差动级传递路径动力学模型

Fig. 6 Dynamic model of differential stage transfer path

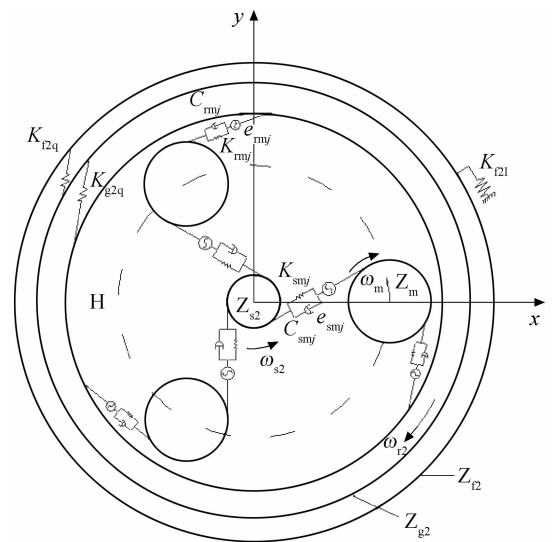


图 7 封闭级传递路径动力学模型

Fig. 7 Dynamic model of encased stage transfer path

基于齿轮系统动力学理论,建立上述动力学模型的力学方程,即

$$\left\{\begin{array}{l}m_{s1}\dot{x}_{s1}+\sum_{i=1}^N(P_{spi}+D_{spi})=P_d\\m_p\dot{x}_{pi}-(P_{spi}+D_{spi})+(P_{rpi}+D_{rpi})=0\\m_{r1}\dot{x}_{r1}-\sum_{i=1}^N(P_{rpi}+D_{rpi})+K_{g1q}(x_{r1}-x_{g1})=0\\m_{g1}\dot{x}_{g1}-K_{g1q}(x_{r1}-x_{g1})+K_{flq}(x_{g1}-x_{f1})=0\\m_{f1}\dot{x}_{f1}-K_{flq}(x_{g1}-x_{f1})+\frac{K_{f1s2}}{r_{f1b}}\left(\frac{x_{f1}}{r_{f1b}}-\frac{x_{s2}}{r_{s2b}}\right)=0\\m_{s2}\dot{x}_{s2}-\frac{K_{f1s2}}{r_{s2b}}\left(\frac{x_{f1}}{r_{f1b}}-\frac{x_{s2}}{r_{s2b}}\right)+\sum_{j=1}^M(P_{smj}+D_{smj})=0\\m_m\dot{x}_{mj}-(P_{smj}+D_{smj})+(P_{rmj}+D_{rmj})=0\\m_{r2}\dot{x}_{r2}-\sum_{j=1}^M(P_{rmj}+D_{rmj})+K_{g2q}(x_{r2}-x_{g2})=0\\m_{g2}\dot{x}_{g2}-K_{g2q}(x_{r2}-x_{g2})+K_{f2q}(x_{g2}-x_{f2})=0\\m_{f2}\dot{x}_{f2}-K_{f2q}(x_{g2}-x_{f2})+\frac{K_{f2l}}{r_{f2b}}\left(\frac{x_{f2}}{r_{f2b}}-\frac{x_l}{r_l}\right)=0\\m_h\dot{x}_h+K_hx_h+\frac{K_{hl}}{r_h}\left(\frac{x_h}{r_h}-\frac{x_l}{r_l}\right)-\sum_{i=1}^N(P_{spi}+D_{spi}+P_{rpi}+D_{rpi})\cos\alpha=0\\m_l\dot{x}_l-\frac{K_{hl}}{r_l}\left(\frac{x_h}{r_h}-\frac{x_l}{r_l}\right)-\frac{K_{f2l}}{r_{f2b}}\left(x_{f2}-\frac{x_l}{r_l}r_{f2b}\right)=-P_l\end{array}\right.\quad (i=1,2,\cdots,N)\quad (j=1,2,\cdots,M)\quad (9)$$

式中 m_{s1} 、 m_p 、 m_{r1} 、 m_{g1} 、 m_{f1} 、 m_{s2} 、 m_m 、 m_{r2} 、 m_{g2} 、 m_{f2} 、 m_h 、 m_l 分别表示 Z_{s1} 、 Z_{pi} 、 Z_{r1} 、 Z_{g1} 、 Z_{f1} 、 Z_{s2} 、 Z_{mj} 、 Z_{r2} 、 Z_{g2} 、 Z_{f2} 、 H 、 L 的等效质量; P_{spi} 、 D_{spi} 为差动级太阳轮与行星轮之间的弹性啮合力和啮合阻尼力, P_{rpi} 、 D_{rpi} 为差动级行星轮与内齿轮之间的弹性啮合力和啮合阻尼力, P_{smj} 、 D_{smj} 为封闭级太阳轮与行星轮之间的弹性啮合力和啮合阻尼力, P_{rmj} 、 D_{rmj} 为封闭级行星轮与内齿轮之间的弹性啮合力和啮合阻尼力; α 为行星轮系齿轮副的啮合角; r_h 为差动级行星轮公转半径, r_l 为输出轴半径。 P_d 为输入转矩 T_d 在 Z_{s1} 基圆半径上的等效力, P_l 为负载转矩 T_l 在输出轴半径上的等效力。

3 封闭差动齿轮系统振动传递路径贡献度分析

3.1 振动传递路径接受结构的响应

本文针对某封闭差动人字齿轮减速器进行分析,其中输入功率为 36 000 kW,输入转速为 4 000 r/min,其他参数如表 2 所示。

根据建立的封闭差动齿轮传动系统的传递路径动力学模型,采用 Matlab 对式(9)进行求解,得到振动接受结构的振动特性。图 8 为振动接受结构的时域和频域振动特性。

从图 8 可以看出:

1) 封闭级行星轮振动幅度最大,输出轴振动

幅值次之,差动级太阳轮振动幅度最小。

表 2 封闭差动齿轮系统基本参数

Table 2 Basic parameters of encased differential planetary train

参数	差动级	封闭级
行星轮个数	3	5
太阳轮齿数	31	81
行星轮齿数	74	49
内齿圈齿数	179	179
模数/mm	9	9
压力角/(°)	20	20
螺旋角/(°)	26	26

2) 已知差动级啮合频率为 1 960.9 Hz,封闭级啮合频率为 610.8 Hz,则输出轴振动加速度的最大峰值出现在差动级啮合频率的 2 倍频处,差动级太阳轮振动加速度的最大峰值出现在封闭级啮合频率的 4 倍频处,封闭级行星轮振动加速度的最大峰值出现在封闭级啮合频率的 4 倍频处;振动接受结构输出轴、差动级太阳轮和封闭级行星轮在最大共振频率下对应的最大共振幅值分别为 14 010、3 314 (m/s²)/Hz 和 95 180 (m/s²)/Hz。

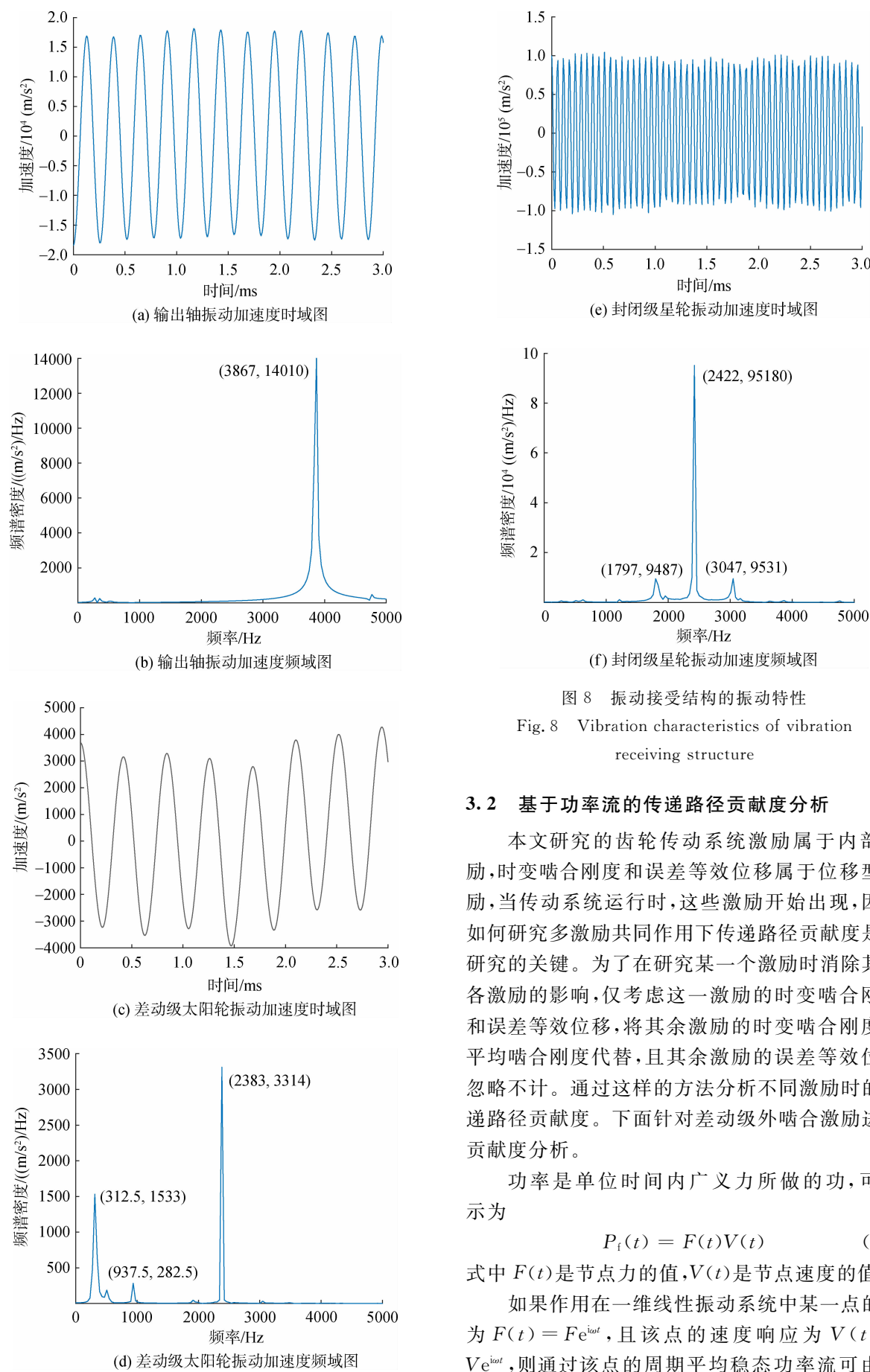


图 8 振动接受结构的振动特性

Fig. 8 Vibration characteristics of vibration receiving structure

3.2 基于功率流的传递路径贡献度分析

本文研究的齿轮传动系统激励属于内部激励,时变啮合刚度和误差等效位移属于位移型激励,当传动系统运行时,这些激励开始出现,因此如何研究多激励共同作用下传递路径贡献度是本研究的关键。为了在研究某一个激励时消除其余各激励的影响,仅考虑这一激励的时变啮合刚度和误差等效位移,将其余激励的时变啮合刚度用平均啮合刚度代替,且其余激励的误差等效位移忽略不计。通过这样的方法分析不同激励时的传递路径贡献度。下面针对差动级外啮合激励进行贡献度分析。

功率是单位时间内广义力所做的功,可表示为

$$P_f(t) = F(t)V(t) \tag{10}$$

式中 $F(t)$ 是节点力的值, $V(t)$ 是节点速度的值。

如果作用在一维线性振动系统中某一点的力为 $F(t) = Fe^{iat}$, 且该点的速度响应为 $V(t) = Ve^{iat}$, 则通过该点的周期平均稳态功率流可由下

式计算:

$$P_i = \frac{1}{2} |F| \cdot |V| \cos \varphi = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[FV^*] =$$
$$\frac{1}{2} \operatorname{Re}[F^* V]$$

(11)

式中 F 和 V 均为复数, φ 为 F 和 V 的相位差, 上标 $*$ 表示共轭。

当振动系统为用集中质量法建立的离散系统时, 激励源结构、传递路径和振动接受结构等子系统之间的界面力和界面速度可用集中质量之间的力和速度表示, 在本文中将对应结构节点之间扭转方向的力和速度等效为传递路径与振动接受结构之间的力和速度。因此, 本文的功率是考虑传递路径与振动接受结构之间的力和速度的振动功率。

基于上述理论进行编程, 计算得到只考虑差动级外啮合内部激励时, 各传递路径输入振动接受结构的力和速度, 得到各传递路径的功率流大小, 如图 9 所示。

由于振动系统中各结构之间的耦合作用是普遍的, 通过将输入各传递路径功率流进行代数求和, 可获得输入振动接受结构的总功率流, 如图 10 所示。

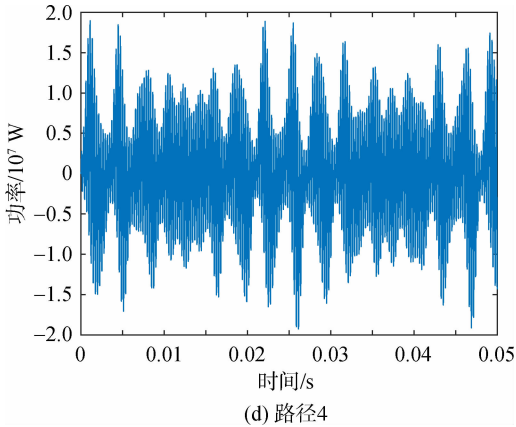
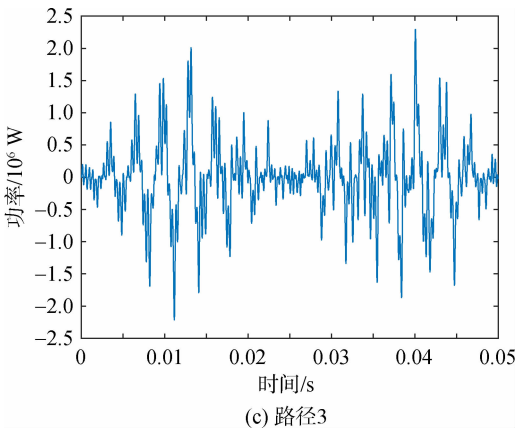


图 9 差动级外啮合激励引起的各传递路径功率流曲线
Fig. 9 Power flow curves of each transfer path caused by differential stage external meshing excitation

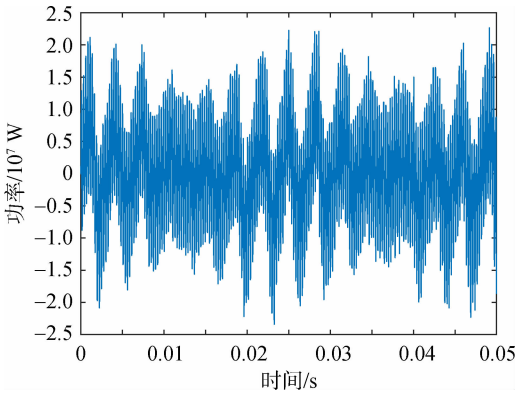
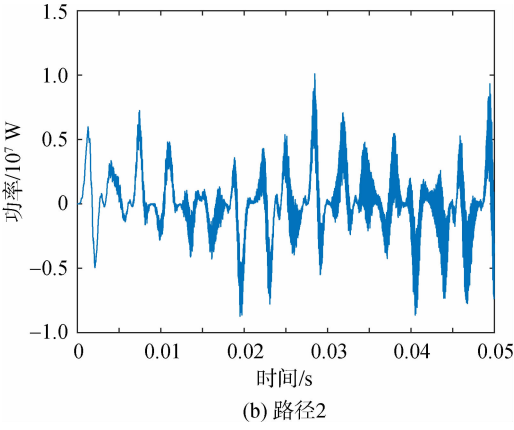
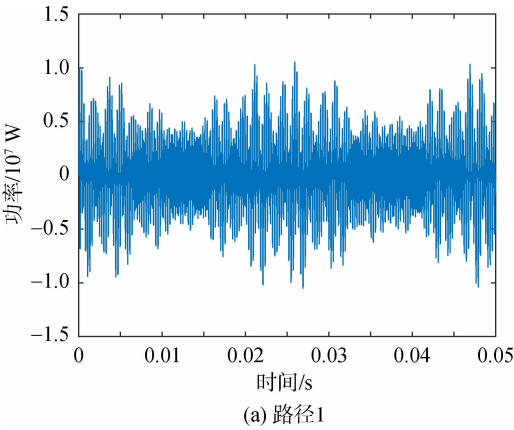


图 10 差动级外啮合激励引起的振动接受结构的总功率流曲线
Fig. 10 Total power flow curve of vibration receiving structure caused by differential stage external meshing excitation

可得各结构在振动传递中的作用非常复杂。在振动系统中既存在着由激励通过传递路径输入振动接受结构形成的正功率流, 同时也存在着由振动接受结构通过传递路径反向输入激励形成的

负功率流。若用总功率流来衡量振动接受结构的响应,则输入到各传递路径的功率流可视为各传递路径对振动接受结构响应的贡献量,因此贡献度公式如下:

$$R_i = \left| \frac{P_{f,i}}{P_{f,tr}} \right| \tag{12}$$

式中 $P_{f,i}$ 为输入各传递路径的功率流, $P_{f,tr}$ 为输入振动接受结构的总功率流。

基于式(12),可得到各传递路径的贡献度,如图 11 所示。

从图 11 中可以看出,在某些时刻 4 条路径的贡献度可以达到很大,路径 1 和路径 4 的贡献度

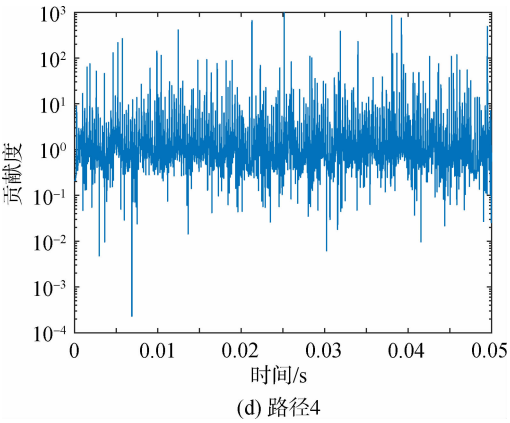


图 11 差动级外啮合激励各传递路径贡献度曲线
Fig. 11 Contribution curves of each transfer path for differential stage external meshing excitation

相对于路径 2 和路径 3 的贡献度要更加集中。将各传递路径为主要传递路径的时间与总时间的比值定义为传递路径在时间段内的贡献度百分比,不同激励源下各传递路径的贡献度百分比如图 12 所示。对于差动级外啮合激励,路径 1~路径 4 在 0~0.05 s 时间段内的贡献度百分比分别为 9.3%、11.4%、1.4%和 77.7%。基于以上分析,差动级外啮合激励主要的振动传递路径是路径 4,这说明在针对差动级外啮合激励时,Ⅱ级内齿轮和输出轴在振动传递中起着主要作用。

采用同样的方法对其余 3 处激励进行传递路径贡献度分析,对于差动级内啮合激励,路径 1~路径 4 在 0~0.05 s 时间段内的贡献度百分比如图 12 所示,各路径的贡献度百分比分别为 9.3%、11.8%、1.2%和 77.5%。基于以上分析,差动级内啮合激励主要的振动传递路径是路径 4,这说明在针对差动级内啮合激励时,Ⅱ级内齿轮和输出轴在振动传递中起着主要作用。

对于封闭级外啮合激励,路径 1~路径 4 在 0~0.05 s 时间段内的贡献度百分比如图 12 所

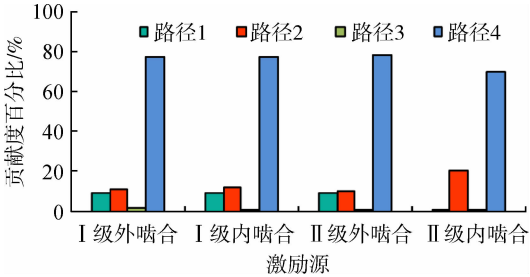
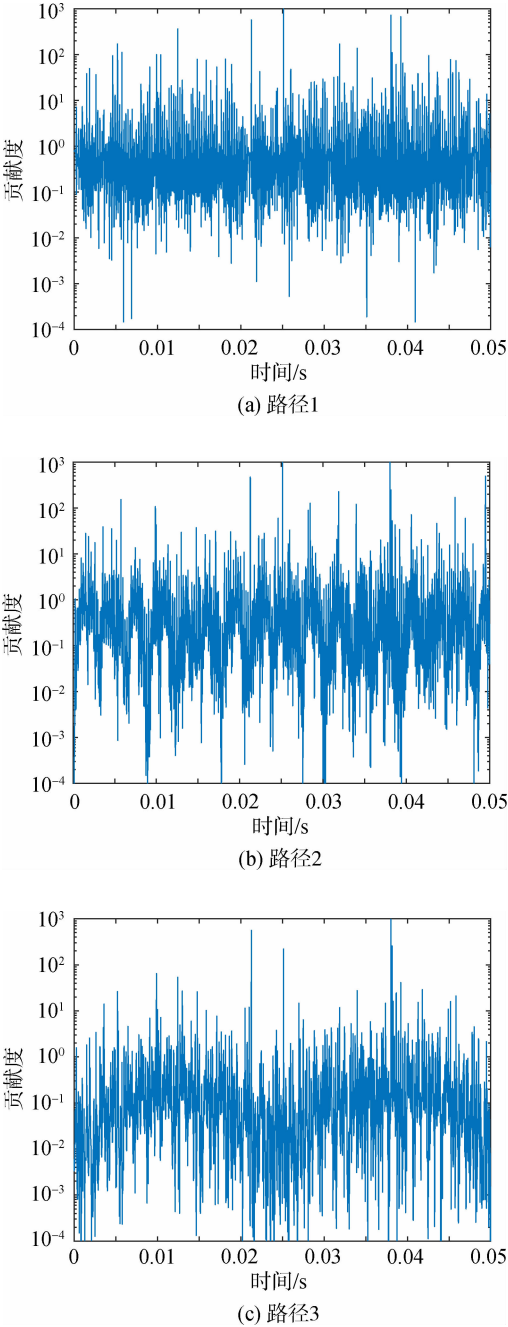


图 12 不同激励源下各传递路径的贡献度百分比
Fig. 12 Contribution percentage of each transfer path under different excitation sources

示,各路径的贡献度百分比分别为 9.6%、10.5%、1.2%和 78.6%。基于以上分析,封闭级外啮合激励主要的振动传递路径是路径 4,这说明在针对封闭级外啮合激励时,Ⅱ级内齿圈和输出轴在振动传递中起着主要作用。

对于封闭级内啮合激励,路径 1~路径 4 在 0~0.05 s 时间段内的贡献度百分比如图 12 所示,各路径的贡献度百分比分别为 0.8%、20.2%、0.7%和 69.9%。基于以上分析,封闭级内啮合激励主要的振动传递路径是路径 4,这说明在针对封闭级内啮合激励时,Ⅱ级内齿圈和输出轴在振动传递中起着主要作用。

4 结 论

从传递路径功率流贡献度的角度对封闭差动齿轮系统展开研究,建立其振动传递路径动力学模型,运用龙格-库塔法对模型进行求解,获得时/频域下的振动接受结构的响应,在此基础上分析封闭差动齿轮系统中不同激励的传递路径贡献度,得到结论如下:

1) 从振动接受结构的振动加速度频域图可以看出输出轴振动加速度的最大峰值出现在差动级啮合频率的 2 倍频处,差动级太阳轮振动加速度的最大峰值出现在封闭级啮合频率的 4 倍频处,封闭级行星轮振动加速度的最大峰值出现在封闭级啮合频率的 4 倍频处;振动接受结构输出轴、差动级太阳轮和封闭级行星轮在最大共振频率下对应的最大共振幅值分别为 1.401×10^4 、 3.314×10^3 、 9.518×10^4 (m/s²)/Hz。

2) 根据贡献度分析,包含Ⅱ级内齿圈和输出轴的路径 4 在差动级外啮合激励、差动级内啮合激励、封闭级外啮合激励和封闭级内啮合激励对应的振动传递路径贡献度百分比分别为 77.7%、77.5%、78.6%和 69.9%,远大于其余 3 个路径的贡献度百分比,说明Ⅱ级内齿圈和输出轴在振动传递中起着主要作用。在各路径对接受结构振动的贡献量确定后,可以有针对性地在设计制造过程中对贡献度高的路径进行有效的隔振措施,以使其在减振降噪等方面发挥理论指导作用。

参考文献:

[1] 朱增宝,朱如鹏,鲍和云,等. 偏心与齿频误差对封闭差动人字齿轮传动系统动态均载特性的影响分析[J]. 航空动力学报,2011,26(11):2601-2609.
ZHU Zengbao,ZHU Rupeng,BAO Heyun,et al. Impact of run-out and meshing-frequency errors on dynamicload sha-

ring for encased differential herringbone train[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26 (11): 2601-2609. (in Chinese)

[2] 李龙亮. 含齿面摩擦的封闭差动行星轮系效率计算及均载特性分析[D]. 南京:南京航空航天大学,2018.
LI Longliang. Calculation of efficiency and analysis of load sharing characteristics of encased differential planetary train considering tooth friction[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018. (in Chinese)

[3] 彭银双,朱如鹏,鲍和云,等. 差动级行星架支承刚度及阻尼对封闭差动轮系隔振影响[J]. 中南大学学报(自然科学版),2016,47(9):2984-2991.
PENG Yinshuang,ZHU Rupeng,BAO Heyun,et al. Effect of carrier supporting stiffness and damp on vibration isolation of of encased differential planetary train[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, 47(9):2984-2991. (in Chinese)

[4] 元文果,宋孔杰,张蔚波. 齿轮箱类结构振动功率流分析[J]. 山东工业大学学报,2002,32(1):6-9.
JI Wenguo, SONG Kongjie, ZHANG Weibo. Vibration power flow analysis of a gearbox-like structure[J]. Journal of Shandong University of Technology (Engineering Science), 2002, 32(1):6-9. (in Chinese)

[5] 张蔚波,刘辉,李凡冰,等. 齿轮箱类系统的结构声功率流传递特性[J]. 中国机械工程,2008,19(14):1724-1726.
ZHANG Weibo, LIU Hui, LI Fanbing, et al. Power flow transmission characteristic of the structure sound in gearbox-like system[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(14):1724-1726. (in Chinese)

[6] 雷亚国,汤伟,孔德同,等. 基于传动机理分析的行星齿轮箱振动信号仿真及其故障诊断[J]. 机械工程学报,2014,50(17):61-68.
LEI Yaguo, TANG Wei, KONG Detong, et al. Vibration signal simulation and fault diagnosis of planetary gearboxes based on transmission mechanism analysis[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(17):61-68. (in Chinese)

[7] 窦宏印. 风电齿轮箱复合故障信号的传递路径研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2016.
DOU Hongyin. Tranfer path research on multiple fault vibration signal of wind turbine gearbox[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2016. (in Chinese)

[8] RIGAUDE, MAYEUX F, DRIOT N, et al. Dispersion of critical rotational speeds of gearboxes: effect of bearing stiffnesses[J]. Mécanique and Industries, 2003, 4(2): 107-112.

[9] GUAN Y H, LI M, LIM T C, et al. Comparative analysis of actuator concepts for active gear pair vibration control[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 269(1/2): 273-294.

[10] DRIOT N, PERRET-LIAUDET J. Variability of modal behavior in terms of critical speeds of a gear pair due to manufacturing errors and shaft misalignments[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 292(3/4/5): 824-843.

[11] 莫愁. 传递路径分析方法理论研究及其汽车降噪实践[D]. 广州:华南理工大学, 2015.
MO Chou. Study on the transfer path analysis methods theory and its practice in lowering a car noise[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2015. (in Chinese)

[12] 林佳禾. 基于传递路径分析的客车车内振动性能优化与应用[D]. 福建 厦门:厦门大学, 2018.
LIN Jiahe. Optimization and application of internal vibration performance of bus based on transfer path analysis [D]. Xiamen Fujian: Xiamen University, 2018. (in Chinese)

[13] 方德广, 祖庆华, 史文库. 轻型客方向盘怠速抖动问题的传递路径分析[J]. 机械设计与制造, 2016(3): 61-64.
FANG Deguang, ZU Qinghua, SHI Wenku. Transfer path analysis of the light bus steering wheel problem in idle[J]. Machinery Design and Manufacture, 2016(3): 61-64. (in Chinese)

[14] KLERK D D, RIXEN D J. Component transfer path analysis method with compensation for test bench dynamics[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24(6): 1693-1710.

[15] 韩旭. 车辆系统振动传递路径分析与结构声辐射控制研究[D]. 上海:上海交通大学, 2008.
HAN Xu. Study on vibrational transfer path anlysis and structure-borne noise radiation control in a vehicle system [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2008. (in Chinese)

[16] GOYDER H G D, WHITE R G. Vibrational power flow from machines into built-up structures; Part I introduction and approximate analyses of beam and plate-like foundations[J]. Journal of Sound and Vibration, 1980, 68(1): 59-75.

[17] PINNINGTON R J, WHITE R G. Power flow through machine isolators to resonant and non-resonant beams[J]. Journal of Sound and Vibration, 1981, 75(2): 179-197.

[18] KIM Y S, KIM E Y, LEE S K. Strategy for vibration reduction of a centrifugal turbo blower in a fuel cell electric vehicle based on vibrational power flow analysis[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 2010, 224(8): 985-995.

[19] 张秀芳, 霍睿, 周振, 等. 滚动轴承支承的齿轮传动轴-板耦合结构功率流传递特性研究[J]. 振动与冲击, 2013, 32(9): 63-67.
ZHANG Xiufang, HUO Rui, ZHOU Zhen, et al. Transfer characteristics of power flow of the shaft-plate coupled structure in gear driving system supported by rolling bearing[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(9): 63-67. (in Chinese)

[20] YANG Fuchun, FENG Jianxiong, ZHANG Hongcai. Power flow and efficiency analysis of multi-flow planetary gear trains[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 92: 86-99.

[21] MAATAR M, VELEX P. An analytical expression for the time-varying contact length in perfect cylindrical gears: some possible applications in gear dynamics[J]. Journal of Mechanical Design, 1996, 118(12): 586-589.

(编辑: 陈 越)